もう一度学ぶ電磁気学の世界

第8回
電磁界シミュレータで電波を描く

小暮裕明

ボード　ビギナーズ

前回はマクスウェルの方程式によって存在が予想された「電磁波」について学びました．彼の時代には，現在のワイヤレス・コミュニケーションのめざましい進展は思いもよらなかったことでしょう．携帯電話の線状アンテナは，シンプルな微小ダイポールの連続と解釈できることはすでに述べました．ところが近傍にできる電磁界は複雑なので，多くの教科書で長い間扱われていませんでした．幸いなことに，いまではパソコンがマクスウェルの方程式を解き，アンテナの周りの電磁界を描いてくれます．離散的な解法ではありますが，その成果を手がかりとすれば，アンテナやEMI（electro-magnetic interference）の問題の解決を図ることができます．しばらくベクトル演算による説明が続いたので，ここで一休み．今回は式を使わずに説明します．（筆者）

1．線状アンテナの電磁界シミュレーション

● 微小ダイポールと線状アンテナ

さまざまなくふう(1)が凝らされている携帯電話のホイップ・アンテナですが，半波長ダイポール・アンテナとして動作しているものが多いようです．

図1は，中央給電の半波長ダイポール・アンテナが動作しているときの電流と電圧の分布を表しています．導体の先端は電流が流れませんから，両端がゼロで中央が最大になる正弦波の電流分布と考えて解く方法注1があります．ま

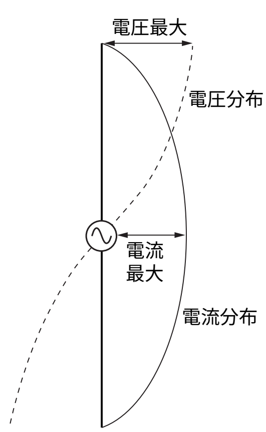


図1　中央給電の半波長ダイポール・アンテナの電流と電圧の分布
導体の先端は電流が流れないので，両端がゼロで中央が最大になる正弦波の電流分布と考えられる．

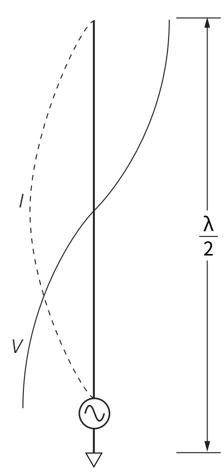


図2　携帯電話のホイップ・アンテナを引き出したときの動作状態
給電位置は下端だが，電流と電圧の分布は図1と同じになる．給電点のインピーダンスは高くなるので，整合回路を用いる．

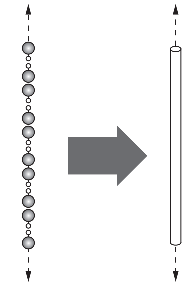


図3　微小ダイポールを連ねたダイポール・アンテナのモデル
ダイポール・アンテナは微小ダイポールがつながっているものと考えられる．

注1：アンテナに生じる起電力と電流の積から放射される電力を求め，給電電流の2乗で割り，放射インピーダンスを求める方法を起電力法という．

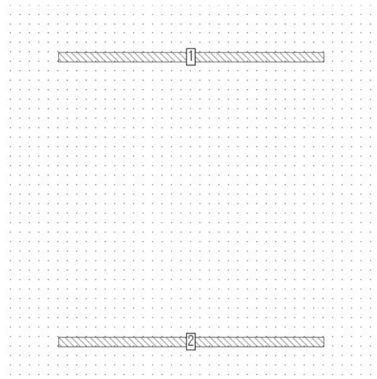


図4
半波長ダイポール・アンテナのモデル
長さ70mmのエレメントが2本ある．Sonnet Liteの例題ファイルに収録されているモデル（twoarray.son）である．

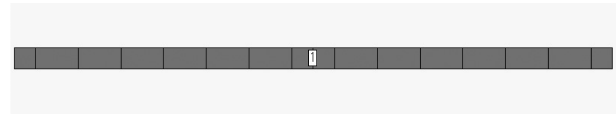


図5　サブセクションのようす
中央の番号1はポート番号．左側と右側のエレメントを分けて描き，ポート（internal port）を設定すると中央給電になる．

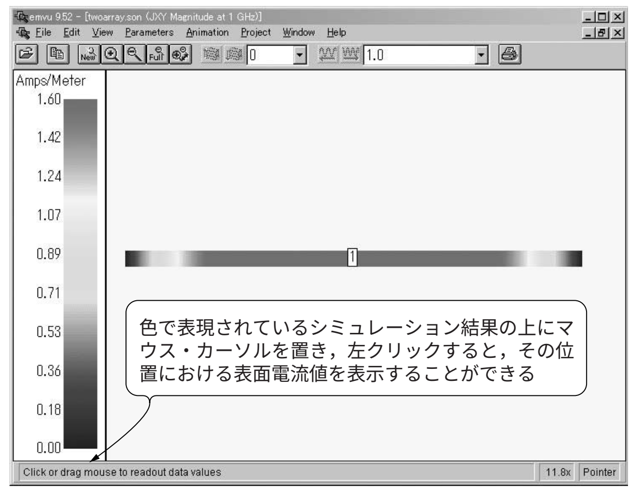


図6　表面電流の表示
画面上では，表面電流の大きさを色で表現している．

た**図2**は，携帯電話のホイップ・アンテナを引き出したときの動作状態を想定しています．この場合の給電位置は下端ですが，電流と電圧の分布はやはり**図1**と同様になっています．

これらの値を計算によって求めることができれば，給電点のインピーダンス注2がわかるので，どのような線路で給電すればよいか，マッチング回路が必要か否かなど，設計上重要な情報が事前に得られます．

そこで**図3**に示すように，このダイポール・アンテナを微小ダイポールがつながっているものと見なし，電磁気学的に解く方法を考えます．連続しているアナログの電流分布を微小部分に分けて，ディジタル的に表現しているので，これはディジタル・コンピュータに向いている方法です．

● 電磁界シミュレータの手法――周波数領域の解析

市販されている多くの電磁界シミュレータは，いくつかの異なる手法を採用していますが，ディジタル・コンピュータでマクスウェルの方程式を離散的に解くという点では一致しています(2)．

図4はSonnet Liteの例題ファイルに収録されている半波長ダイポール・アンテナのモデル（twoarray.son）です注3．長さ70mmのエレメントが2本ありますが，これは両方に給電したときの動作を調べるための問題です．ここではアンテナがどのように解かれるのかという点に着目するので，1本のエレメントを考えれば十分です．

図5は離散化の状態を示しており，Sonnetではこれらの領域をサブセクションと呼んでいます．中央の番号1はポート番号です．二つのサブセクションの境界に端子を付けたことになります．モデルを作る際にも，左側と右側のエレメントを分けて描き，このようなポート（internal port）を設定すると，**図1**のような中央給電になります．

Sonnetはモーメント法による電磁界シミュレータです．この手法のゴールは，モデルを構成する金属の各サブセクションにおける表面電流分布注4を求めることです．モーメント法は正弦波の信号を励振したときの定常状態を解く周波数領域の手法で，有限要素法や境界要素法(3)もその仲間といえます．

図6はシミュレーション結果の表示です．画面上では，表面電流の大きさを色で表現しています．マウスの左ボタンをクリックすると，その位置における表面電流値が画面

注2：2端子回路に交流電圧Vを加えたときに流れる電流がIであるとき，$Z=V/I$をその回路のインピーダンスという．抵抗R，リアクタンスXの直列回路のインピーダンスは$Z=R\pm jX$となる（符号はXが誘導性ならば＋，容量性ならば－）．インピーダンスの逆数をアドミタンスといい，$Y=G\pm jB$（Gはコンダクタンス，Bはサセプタンス）で表す．
注3：Sonnet Liteの最新版や日本語マニュアルは，次の日本語Webサイトから無償でダウンロードできる．http://www.sonnetsoftware.co.jp/free/index.html
注4：表面電流とは，導体表面に分布する電流である．単位はA/m（アンペア/メートル）．一般に電磁界シミュレータでは金属モデルの固体内部を計算しないため，電流はすべて金属表面に分布するとして解析する．

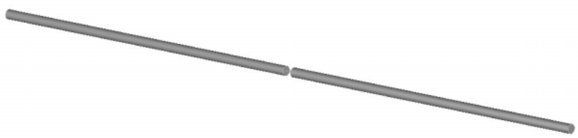


図7　Micro-Stripesによるダイポール・アンテナのモデル
エレメントの長さは150mm．Micro-Stripesによるモデルである．

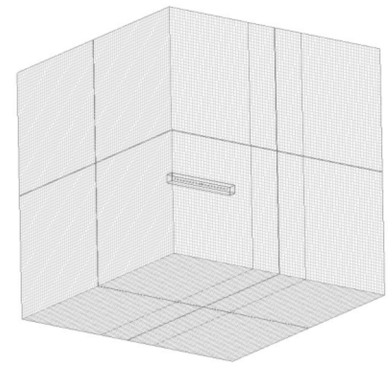


図8　離散化された解析空間
網目のように表示されているのが離散化された解析空間である．図1のようにエレメントを垂直に置いてもよい．

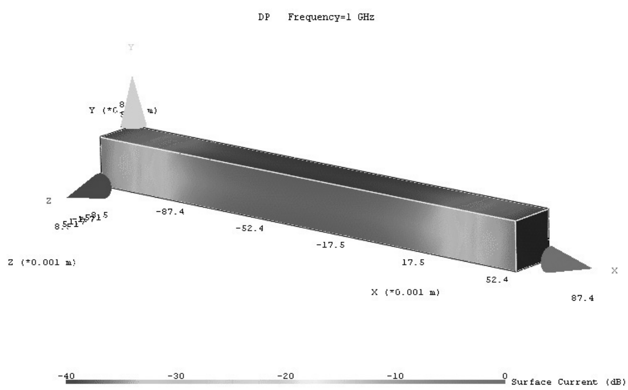


図9　ダイポール・アンテナを囲む等価面上の表面電流
Micro-Stripesでは，等価面で得られた情報（表面電流）をもとに，放射パターンを表示する．

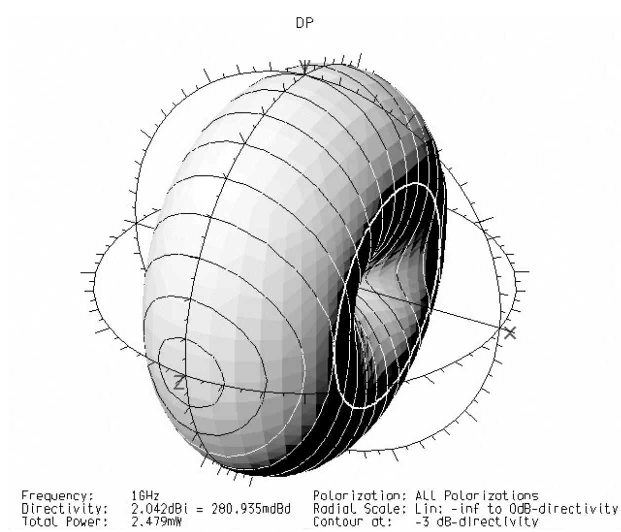


図10　ダイポール・アンテナの放射パターン
エレメントが伸びる方向への放射はない．

左下に表示されます．丹念に調べることで，**図1**のように両端がゼロで中央が最大になる正弦波の電流分布になっていることがわかります．

Sonnetの中のFar Field Viewerという遠方界を求めるモジュールを使うと放射パターンを表示できますが，これは先に求めたエレメントの表面電流分布から得られることに注目してください．

● もう一つの手法――時間領域による解析

周波数領域の手法以外では，FDTD（有限差分時間領域）法やTLM（伝送線路行列）法といった時間領域の解析があります(3)．信号源にパルス波を使い，離散化した空間を伝搬するパルス応答を逐次的に計算する手法です．

図7はエレメントの長さが150mmのダイポール・アンテナで，TLM法の電磁界シミュレータMicro-Stripes（マイクロストライプス）によるモデルです．3次元CADを使って図形を描き，直径2mmの円柱状エレメントの材質を銅に設定しています．中央部に2mmのギャップがありますが，その間にワイヤ・ポート注5を接続しています．

図8は解析モデル全体で，網目のように表示されている部分が離散化された解析空間です．アンテナを取り囲む直方体（180mm × 20mm × 20mm）の6面は，equivalent surface（等価面）と呼ばれ，アンテナから放射した電磁エネルギーが通過する仮想的な面と考えられます．Micro-Stripesでは，**図9**に示す等価面で得られた情報（表面電流）をもとに，**図10**のような放射パターン注6を表示します．

注5：ワイヤ・ポートとは，端子を形成する短い線である．*S*パラメータなどを求める際の励振源も設定できる．
注6：遠方界放射パターンとは，放射源から十分離れた位置で観測したときに得られる電磁界の方向特性を図示したもの．

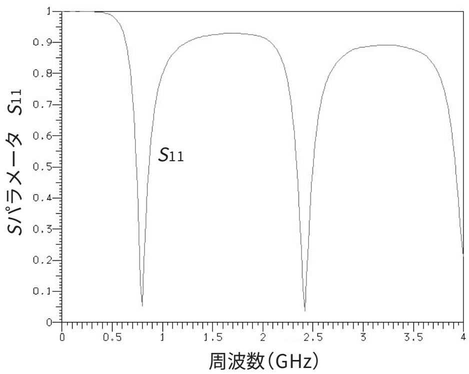


図11　ダイポール・アンテナの S_{11}

エレメント長は150mm．800MHz付近とその3倍の2.4GHz付近，5倍の4GHz付近でゼロに近くなっていることがわかる．

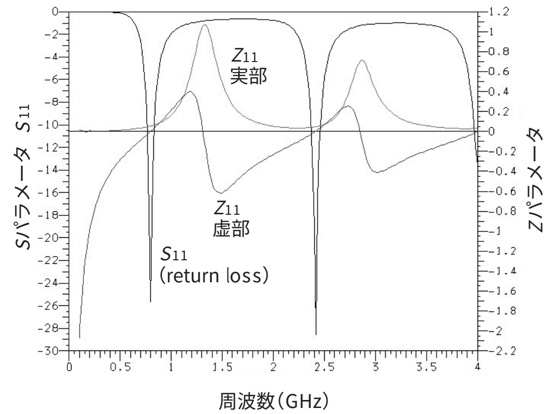


図12　Zパラメータの実数部と虚数部

S_{11}が小さい周波数では，リアクタンス(虚数部)がゼロで，抵抗が50Ωに近い値であることがわかる．

● アンテナのSパラメータとZパラメータ

1本のダイポール・アンテナはポートが一つだけなので，得られるSパラメータ[注7]はS_{11}のみです．これはポート1で観測される反射係数ですから，これがゼロに近い周波数では，アンテナとして空間へ電磁エネルギーを放射していることがわかります．**図11**は，エレメント長150mmのダイポール・アンテナのS_{11}です．800MHz付近とその3倍の2.4GHz付近，5倍の4GHz付近でゼロに近くなっています．

一般に高周波では，ポートを50Ωで終端したときのSパラメータを求めます．電磁界シミュレータでは，このほかにポートの特性インピーダンス[注8]で終端する場合もありますが，**図11**は前者の結果です．**図12**は，**図11**に重ねてZパラメータ[注9]の実数部と虚数部を表示したものです．S_{11}が小さい周波数では，リアクタンス(虚数部)がゼロで，抵抗が50Ωに近い値であることがわかります．

半波長ダイポール・アンテナとして動作しているのは，もっとも低い周波数の800MHz付近ですが，その3倍(2.4GHz付近)，5倍(4GHz付近)，…といったように，周期的に同じ状況が現れてくることに注目してください．エレメントにちょうど半波長の波が乗って共振する現象を利用しているので，3倍，5倍，…でも波がぴったり乗ることは，容易に予測できます．

それでは2倍，4倍，…ではどうでしょうか．**図12**によれば，これらの周波数では，同じようにリアクタンス分がゼロになっています．しかし，抵抗分は1kΩ前後と高くなっています．半波長の奇数倍では，給電位置に電流の腹ができ，偶数倍はその逆ですから，ポート付近の電圧と電流の比を考えれば直感的に理解できるでしょう．

● ダイポール・アンテナの等価回路

半波長ダイポール・アンテナの等価回路は，直列LC共振回路(pp.134-135のコラム「共振(直列共振)と反共振(並列共振)」を参照)として表されますが，さらに高い周波数では，これらの直列共振の間に並列共振が現れています．通常，アンテナは半波長動作を利用しますが，高調波アンテナも実現可能です．しかし一般的には，全体の寸法が大きくなることと，放射パターンが複雑になるなどの理由から，高調波アンテナの用途は限られます．

図7のアンテナはエレメント長が150mmなので，1GHzの波長が乗るはずでしたが，800MHz付近で動作しています．それでは1GHzのインピーダンスはどうなっているのでしょうか．**図12**を読むと，Zは約$165+j210$[Ω]と読めます．起電力法による理論値は約$73+j43$[Ω]ですが，電磁界シミュレーションで非常に細いエレメントをモデリン

注7：Sパラメータは，散乱パラメータ(scattering parameter)の略称で，電磁波の入射量と反射量で回路の特性を表したもの．S_{11}はポート1の反射波と入射波の比で，反射係数を示す．
注8：特性インピーダンスとは，伝送線路の一端を励振したときに生じる波(進行波と反射波)の電圧と電流(あるいは電界と磁界)の比．
注9：Zパラメータは開放インピーダンス・パラメータとも呼ばれる．4端子(2ポート)回路のZ_{11}は，ポート2を開放したときのポート1におけるインピーダンスを示す．

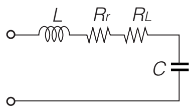
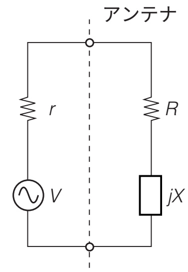


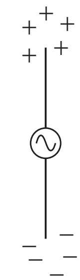
図13　ダイポール・アンテナの等価回路

ダイポール・アンテナの等価回路は，*RLC*直列回路として表される．R_rは，アンテナの放射抵抗，R_Lは損失抵抗である．



▶ 図14　電源側を含んだ等価回路

*r*はアンテナに電力を供給する線路の特性インピーダンスである．*R*と*jX*でアンテナの入力インピーダンスを表している．



▶ 図15　半波長ダイポールの両端に分布する電荷

エレメントの上端と下端の間に生ずる電界が，*C*的な部分を受け持っている．

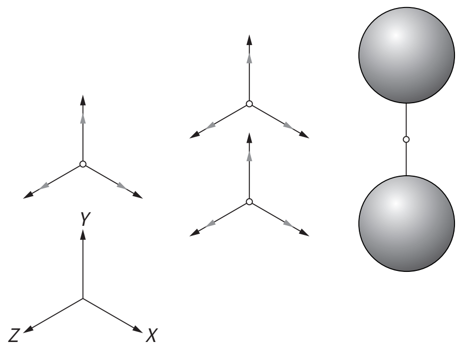


図16　Micro-Stripesによるヘルツ・ダイポールのモデル

直径30mmの球体を10mm長の導線で接続しており，線路の中央にポートがある．空間の矢印は電界ベクトルと磁界ベクトルの観測点位置を示している．

グするとこの値に近くなります．このモデルは直径2mmの太いエレメントで，ギャップ部の影響も無視できないのでこの理論値とは一致しませんが，いずれも正のリアクタンス（インダクタンス）を持っています．

ダイポール・アンテナの等価回路は，**図13**のように*RLC*直列回路として表されます．ここでR_rはアンテナの放射抵抗[注10]，R_Lは損失抵抗を表します．また電源側を含んだ等価回路を**図14**のように表現することもあります．ここで*r*はアンテナに電力を供給する線路（例えば同軸ケーブル）の特性インピーダンス，また*R*と*jX*でアンテナの入力インピーダンスを表しています．

電気回路の理論で知られるように，アンテナを負荷と考えれば，$r = R$のときに負荷の電力が最大になります[注11]．高周波では線路に*L*がある（本誌2004年3月号，pp.115-122の連載第2回を参照）と考えられましたから，**図12**のインピーダンスを純抵抗にするために余計な*L*成分を切り落とし，エレメント長を半波長よりやや短くすれば，所望の周波数でアンテナとして動作すると考えられます（ダイポール・アンテナでは0.94～0.97程度）．

2．ヘルツ・ダイポールの周りの電磁界を描く

● 共振型アンテナの等価回路

コイル*L*に交流電流を流すと，磁気エネルギーと電気エネルギーが両方とも存在していますが，電気エネルギーよりも磁気エネルギーをはるかに多く蓄えていると考えられます．またコンデンサ*C*に交流電流を流した場合は，逆に電気エネルギーを多く蓄えていると考えられます．そして*LC*共振とは，磁界が集中する*L*的な部分の磁気エネルギーと，電界が集中する*C*的な部分の電気エネルギーとの間を，1/4周期（位相角90 °）ごとにエネルギーのキャッチボールをし続け，電気振動が続いている状態と考えられます．

半波長ダイポール・アンテナの等価回路は直列*LC*共振で表されますが，そのほかのアンテナではどうでしょうか．例えば周囲長が半波長前後のループ・アンテナの等価回路は，並列共振で表されます[(4)]．

共振時のインピーダンス（リアクタンスがゼロなのでレジスタンスのみ）で判断すれば，低いときが直列共振，高いときが並列共振といえます．ただし等価回路として使える周波数領域は，共振周波数の前後の限られた周波数範囲です．**図12**からもわかるように，半波長ダイポール・アンテナの等価回路は直列共振ですが，さらに高い周波数には並列共振が現れ，周波数を増すと直列共振と並列共振が

注10：アンテナの放射抵抗とは，全放射電力を電流の最大値の2乗で割ったもので，放射にともなって生じる見かけ上の抵抗分．

注11：図13において，負荷*R*に供給される電力は$P = (V/(r+R))^2 \cdot R$で求められる．$R = 0$（短絡）と$R = \infty$（開放）のときには$P = 0$で，これらの中間に最大値がある．$r = R$のときに*P*が最大になり，$P = V^2/4r = V^2/4R$となるが，この状態を電源と負荷とが整合（matching）しているという．

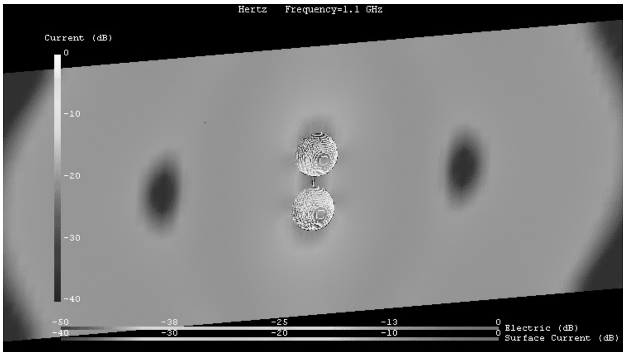


図17　共振時のアンテナ近傍の電界分布
ヘルツ・ダイポールが共振しているときのようす．

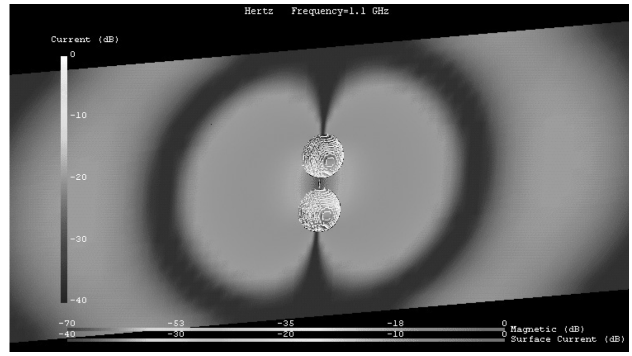


図18　共振時のアンテナ近傍の磁界分布
ヘルツ・ダイポールが共振しているときのようす．

交互に現れます．したがってこれらの等価回路は，限られた周波数範囲で用いることに注意してください．

● ヘルツ・ダイポールのシミュレーション・モデル

図15は，ある瞬間のダイポール・アンテナに分布する電荷を表しています．エレメントの上端と下端の間に生ずる電界が，*C*的な部分を受け持っていることがわかります．またエレメントに流れる電流により，その周りに発生する磁界が，*L*的な部分を受け持っていると理解できます．

図16に示すヘルツ・ダイポール（本誌2004年11月号，pp.139-146の連載第7回を参照）は，**図15**の*C*的な部分をより実現しやすくした構造といえます．両端に付いた金属球体間に電界が集中することで，*C*を形成しています．また中央の短い線の周りには磁界が集中し，*L*的に動作していると考えられます．金属球体間には変位電流（連載第6回と第7回を参照）が流れるので，アンペアの法則による磁界があり，この磁界に基づく磁気エネルギーもあります．

● アンテナの周りの電磁界を描く

図17はヘルツ・ダイポールが共振しているときの，アンテナ近傍の電界分布を表しています．球体の周りに強い電界が観測されますが，左右にある孔のような弱い領域を過ぎると，再び強い領域が発生しています．アニメーション表示すると，電界の固まりが時間とともに空間に広がっていくのがわかりますが，これは電界の分布で電磁波の放射のようすを描く方法です．

一方，**図18**はこのときの磁界分布です．前回学んだとおり，マクスウェルは電界の変化で磁界が発生すると考えました．こちらも同様にアニメーション表示すると，強い

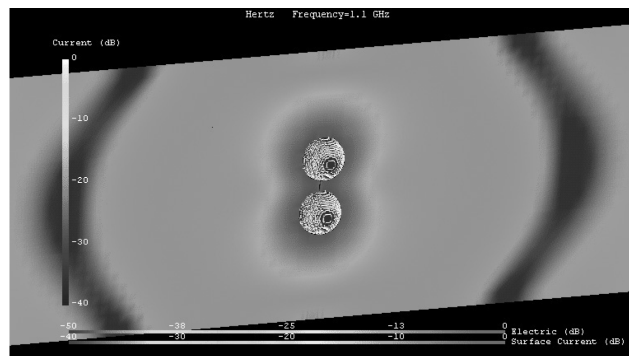


図19　1/4周期後の電界分布
中央付近の電界が強くなっている．

磁界が波紋のように空間に広がっていくようすがわかります．これらは前回調べた半波長ダイポールの周りの電磁界分布によく似ています（連載第7回の図11と図12を参照）

ダイポール・アンテナのほかにも，金属製の閉じた空間はその形状によらず空胴共振器になります．例えば共振している直方体の金属箱内では，電界は1/4周期（90 °）後にゼロになり，そのとき電界に直交した磁界が発生し，電界による電気的エネルギーと磁界による磁気的エネルギーが，1/4周期ごとに交替しながら電気振動が続くという特徴があります．これも等価的には金属箱の一部が*L*や*C*として働いている*LC*共振回路として考えられます．それでは空間に置かれたヘルツ・ダイポールでも，このような1/4周期ごとのエネルギー交替が観測されるのでしょうか．

まずアンテナ近傍のようすを調べてみます．**図18**では金属球をつないだ中央付近の磁界が強く，*L*的な領域です．**図19**は1/4周期後の電界分布です．中央付近の電界が強くなっていますから，ここでは空胴共振器のようなエネルギー交替があるようです．しかし強い電界の分布する*C*的な

Column 共振（直列共振）と反共振（並列共振）

● 共振（直列共振）

図A-1(a)は，本文の**図13**のR_rとR_Lを合計して，一つのRで表したRLC直列回路です．リアクタンスXは次式で得られます．

$$X=\omega L-\frac{1}{\omega C} \quad \text{(A-1)}$$

図A-1(b)のXがゼロになる周波数ω_0（$=2\pi f_0$）は，式(A-1)で$X=0$として，

$$f_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad \text{(A-2)}$$

になりますが，これより低い周波数ではリアクタンスが負の容量性になり，高ければ誘導性になります．

このように，直列に接続されたL（誘導リアクタンス）とC（容量リアクタンス）が互いに打ち消し合う状態を直列共振あるいは単に共振と言い，式(A-2)の周波数を共振周波数と呼びます．

インピーダンスの大きさは，

$$Z=\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad \text{(A-3)}$$

で求まるので，共振状態では**図A-1(b)**に示すように最小になり，式(A-3)からZはRに等しくなります．このとき電流は最大になり，次のように電流と電圧は同相になります．

$$\dot{I}_0=\frac{\dot{V}}{R} \quad \text{(A-4)}$$

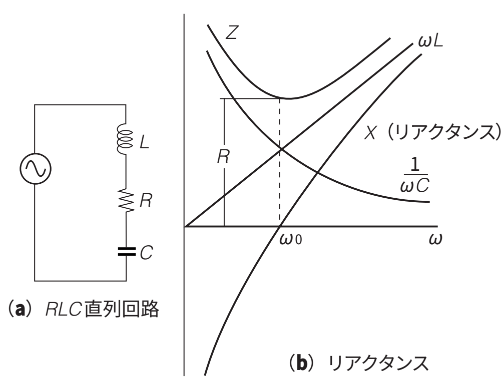
（$\dot{V}$はベクトル記号法で，$\dot{V}=V\angle\theta_V$）

Lの電圧V_LとCの電圧V_Cは，次のようになります．

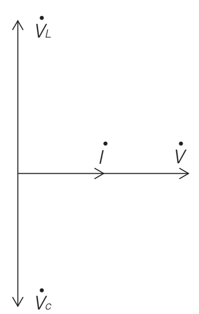
$$\dot{V}_L=j\omega_0 L\dot{I}_0=j\omega_0 L\frac{\dot{V}}{R} \quad \text{(A-5)}$$

$$\dot{V}_C=-j\frac{1}{\omega_0 C}\dot{I}_0=-j\frac{1}{\omega_0 C}\frac{\dot{V}}{R}=-\dot{V}_L \quad \text{(A-6)}$$

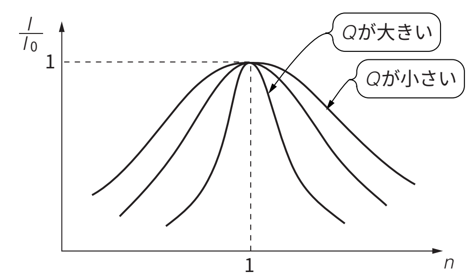
これをベクトル図で表すと**図A-2**のようになり，これらは打ち消し合っています．



図A-1 共振
直列に接続されたLとCとが互いに打ち消し合う状態を，直列共振あるいは単に共振と言う．



図A-2 ベクトル図
Lの電圧V_LとCの電圧V_Cは打ち消し合っている．



図A-3 共振曲線
角周波数ω（$=2\pi f$）における電流Iと，共振時の電流I_0との比をとったもの．

領域は金属球の周りに広がっており，アンテナ近傍の電磁界分布はそれほど単純ではなさそうです（ここでは強度をdB表示して相対的に調べている．詳しくは次回以降）．

一方アンテナから水平方向へさらに離れると，**図17**の電界の弱い位置と**図18**の磁界が弱い位置はほぼ重なります．先の領域でもこれらは周期的に現れ，間隔は140mm程ありますから，共振周波数1.1GHzの波長273mmのほぼ1/2になっています．

直交する電界と磁界の位相がそろう領域では，電磁エネルギーが空間という伝送線路を伝搬している，すなわち電波を描いているということになります．

以上から，ダイポール・アンテナを電磁界シミュレーションするときには，x，y，z各方向へ1波長程度離れた解析空間を取れば，電磁波のようすを描けることがわかりました．しかし，電磁界分布の複雑さを考えると，給電点付近で何が起きているのか，さらに調べたくなってきます．

まとめ

ヘルツの考案したダイポールから発生する電波を電磁界

式(A-4)から，共振時の電流はRのみによって決まり，LとCの値には無関係であることがわかります．それではLやCは，式(A-2)のf_0に対して，どんな値の組み合わせでもよいのでしょうか？

結論から言うと，LやCによって決まるのは共振曲線の形です．**図A-3**は，これを調べるために，共振周波数からはずれた角周波数ω（$=2\pi f$）における電流Iと共振時の電流I_0との比をとったグラフです．横軸nはωとω_0（またはfとf_0）の比ですから，共振時の値は1になっています．I/I_0は，式(A-3)から，

$$\frac{I}{I_0}=\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_0}\frac{\omega_0 L}{R}-\frac{\omega_0}{\omega}\frac{1}{\omega_0 CR}\right)^2}}=\frac{1}{\sqrt{1+\left(n-\frac{1}{n}\right)^2 Q^2}} \quad \text{(A-7)}$$

です．ここで，

$$Q=\frac{\omega_0 L}{R}=\frac{1}{R}\frac{1}{\omega_0 C} \quad \text{(A-8)}$$

です．

以上から，共振曲線はQのみによって定まることがわかります．Qは式(A-8)のとおり，LやCによって決まります．Qの値が大きいほど，横軸nに対する縦軸I/I_0の値が小さくなり，共振曲線は鋭くなります．このQを共振回路のQ（quality factor：先鋭度または選択度）と呼んでいます．

● 反共振（並列共振）

直列共振は，直列に接続されたL（誘導リアクタンス）とC（容量リアクタンス）が互いに打ち消し合う状態を言いました．一方，**図A-4(a)**のように，並列に接続されたL（誘導サセプタンス）とC（容量サセプタンス）が互いに打ち消し合う状態を，並列共振または反共振と言います．

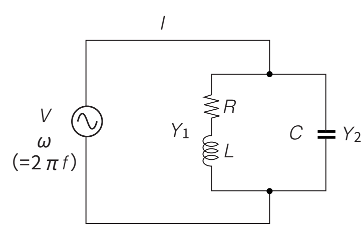
反共振周波数f_0は，

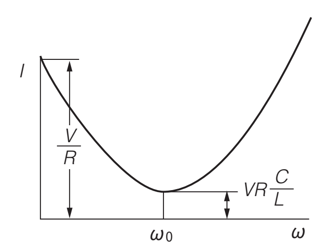
$$f_0=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{R^2}{L^2}} \qquad R<<\sqrt{\frac{L}{C}} \quad \text{(A-9)}$$

となりますが，ここであれば直列共振と同じ共振周波数（式(A-2)）で並列共振状態になります．

図A-4(b)は縦軸に電流I，横軸に角周波数ωをとった反共振曲線です．直列共振とは逆に，反共振時（ω_0）はアドミタンスが小さく，このときの電流I_0（$=VRC/L$）は最小になります．曲線の形状はRの値によって変わりますが，Qは直列共振と同じく，式(A-8)で表されます．

また並列共振状態では，Lに流れる電流I_{L0}（$=V/\omega_0 L$）とI_0の比，またはCに流れる電流I_{C0}（$=V\omega_0 C$）とI_0の比はQに等しくなります．このため，LC並列回路ではQを電流増幅率と言い，高周波エネルギーを蓄える働きをするので，タンク(tank)回路とも言います．





図A-4 反共振
並列に接続されたLとCとが互いに打ち消し合う状態を，並列共振または反共振という．

(a) RLC回路　(b) 反共振曲線

シミュレーションで描いてみました．このアンテナが共振しているとき，その近傍の電界と磁界は複雑な分布になり，両者に90°の位相差がある領域が見つかりました．一方，アンテナから十分離れた場所の電磁波は平面波として扱われますから，ある領域から先は電界と磁界の位相がそろっていると考えざるをえません．そして，このことを見過ごさずに調べていくと，その先にEMI問題解決への道が開けてくるのです．

参考・引用*文献

(1) 藤本京平，山田吉英，常川光一；図解移動通信用アンテナシステム，総合電子出版社，1999年(第2版)．
(2) 小暮裕明；電磁界シミュレータで学ぶワイヤレスの世界，CQ出版社，2003年(第2版)．
(3) 小暮裕明；電磁界シミュレータで学ぶ高周波の世界，CQ出版社，2003年(第6版)．
(4) 羽石 操，平澤一紘，鈴木康夫；小形・平面アンテナ，電子情報通信学会，1996年(初版)．

こぐれ・ひろあき
小暮技術士事務所・技術士(情報工学部門)
http://www.kcejp.com/